Київський національний торговельно-економічний університет

Кафедра цифрової економіки та системного аналізу

ВИПУСКНА КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на тему:

«Комп'ютерне моделювання системи масового обслуговування за методом Монте-Карло»

Студентки 2 курсу, 1мз групи,
спеціальності
051 «Економіка»

____
підпис студента

Служалої Вікторії Дмитрівни

спеціалізації
«Цифрова економіка»

Науковий керівник
доктор економічних наук,
професор

____
підпис керівника

Роскладка Андрій Анатолійович

Гарант освітньої програми
доктор фізико-математичних
наук, професор

____
підпис гаранта

Гамалій Володимир Федорович

Київ 2021

Київський національний торговельно-економічний університет

Факультет інформаційних технологій
Кафедра цифрової економки та системного аналізу
Освітній ступінь магістр
Спеціальність 051 «Економіка»
Спеціалізація «Цифрова економіка»

Затверджую

Зав. кафедри __________ Роскладка А.А.
«15» січня 2021 р.

Завдання
на випускну кваліфікаційну роботу (проект) студентці

Служалій Вікторії Дмитрівні
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема випускної кваліфікаційної роботи (проекту)
«Комп'ютерне моделювання системи масового обслуговування за методом Монте-Карло»
Затверджена наказом КНТЕУ від «29» грудня 2020 р. № 3948
2. Строк здачі студентом закінченої роботи «15» листопада 2021 року
3. Цільова установка та вихідні дані до роботи
Мета роботи – дослідження ефективності застосування засобів комп'ютерного моделювання для управління процесами масового обслуговування клієнтів.
Об'єкт дослідження – процес обслуговування клієнтів автозаправного комплексу
Предметом дослідження є імітаційні моделі процесів масового обслуговування клієнтів та засоби оцінки ефективності цих процесів.

4. Консультанти по роботі (проекту) із зазначенням розділів, за якими здійснюється консультування:

Розділ	Консультант (прізвище, ініціали)	Підпис, дата	
		Завдання видано	Завдання прийнято
1	Роскладка А.А.	15.01.2021 р.	15.01.2021 р.
2	Роскладка А.А.	15.01.2021 р.	15.01.2021 р.
3	Роскладка А.А.	15.01.2021 р.	15.01.2021 р.

5. Зміст випускної кваліфікаційної роботи (проекту) (перелік питань за кожним розділом)

ВСТУП
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ
1.1. Поняття моделі і моделювання в імітаційному експерименті
1.2. Сутність імітаційного моделювання
1.3. Метод Монте-Карло
Висновки до розділу 1
РОЗДІЛ 2. МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ
2.1. Генерація випадкових чисел для проведення процесу імітації
2.2. Класифікація систем масового обслуговування
Висновки до розділу 2
РОЗДІЛ 3. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОБСЛУГОВУВАННЯ КЛІЄНТІВ АВТОЗАПРАВНОГО КОМПЛЕКСУ
3.1. Характеристика мережі автозаправних комплексів ОККО
3.2. Планування імітаційного експерименту для моделювання
3.3. Реалізація комп'ютерної моделі методом Монте-Карло
Висновки до розділу 3
ВИСНОВКИ ТА ПРОПОЗИЦІЇ
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ
ДОДАТКИ

6. Календарний план виконання роботи (проекту)

№ з/п	Назва етапів випускної кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	
		За планом	фактично
1	2	3	4
1	*Вибір теми випускної кваліфікаційної роботи*	*31.12.2020*	*31.12.2020*
2	*Розробка та затвердження завдання на випускну кваліфікаційну роботу*	*15.01.2021*	*15.01.2021*
3	*Вступ*	*01.03.2021*	
4	*Розділ 1. Теоретичні основи імітаційного моделювання процесів*	*25.06.2021*	
5	*Розділ 2. Моделювання систем масового обслуговування*	*02.09.2021*	
6	*Підготовка статті у збірник наукових статей магістрів*	*15.09.2021*	
7	*Розділ 3. Комп'ютерне моделювання обслуговування клієнтів автозаправного комплексу*	*20.10.2021*	
8	*Висновки*	*02.11.2021*	
9	*Здача випускної кваліфікаційної роботи на кафедру науковому керівнику*	*15.11.2021*	
10	*Попередній захист випускної кваліфікаційної роботи*	*25.11.2021*	
11	*Виправлення зауважень, зовнішнє рецензування випускної кваліфікаційної роботи*	*28.11.2021*	
12	*Представлення готової зшитої випускної кваліфікаційної роботи на кафедру*	*30.11.2021*	
13	*Публічний захист випускної кваліфікаційної роботи*	*За розкладом роботи ЕК*	

7. Дата видачі завдання «15» січня 2021 р.

8. Науковий керівник випускної кваліфікаційної роботи (проекту)

Роскладка А. А.
(підпис , прізвище, ініціали)

9. Гарант освітньої програми Гамалій В. Ф.
(підпис , прізвище, ініціали)

10. Завдання прийняла до виконання студентка Служала В. Д.
(підпис , прізвище, ініціали)

11. Відгук наукового керівника випускної кваліфікаційної роботи (проекту)
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

Науковий керівник випускної кваліфікаційної роботи (проекту)
_______________ 15.11.2021 р.
(підпис, дата)
Відмітка про попередній захист Роскладка А.А.________________25.11.2021 р.
(ПІБ наукового керівника, підпис, дата)
12. Висновок про випускну кваліфікаційну роботу (проект)

Випускна кваліфікаційна робота (проект) студентки Служалої В. Д.
(прізвище, ініціали)
може бути допущена до захисту екзаменаційній комісії.

Гарант освітньої програми _______________ Гамалій В.Ф.
(підпис, прізвище, ініціали)

Завідувач кафедри_________________ Роскладка А.А.
(підпис, прізвище, ініціали)

«_____»___________________2021 р.

Анотація

У випускній кваліфікаційній роботі міститься обґрунтування теоретичних основ імітаційного моделювання та аналіз існуючих моделей масового обслуговування клієнтів. Розглянуто передумови успішного імітаційного моделювання, зокрема, процес генерації випадкових чисел для проведення імітаційного експерименту. Практична частина роботи присвячена комп’ютерному моделюванню системи обслуговування автомобілів на автозаправному комплексі, яка побудована з використанням методу Монте-Карло.

Ключові слова: комп’ютерне моделювання, імітаційне моделювання, метод Монте-Карло, генератор випадкових чисел, система масового обслуговування.

Annotation

The final qualification work contains a substantiation of the theoretical foundations of modeling and analysis of existing models of customer service. The prerequisites for successful simulation modeling are considered, in particular, the process of generating random numbers for conducting a simulation experiment. The practical part of the work is devoted to computer modeling of the car service system at the gas station complex, which is built according to the Monte Carlo method.

Keywords: computer modeling, simulation, Monte Carlo method, random number generator, queuing system.

ЗМІСТ

ВСТУП

Тенденції сучасних ринків є досить динамічними і непередбачуваними. Чинники складного економічного середовища впливають безпосередньо на показники діяльності суб'єкта господарювання і, як наслідок, виникає невизначеність, що впливає на ризик, тобто ймовірність появи небажаної дії на досліджувану систему. Усунути ризики практично неможливо, тому у будь-якій галузі постає проблема ефективного управління ризиками, в процесі управління тими або іншими процесами виробництва, постійно виникає необхідність прогнозування результатів діяльності за тих або інших початкових умов. Для вирішення таких задач у наш час використовують імітаційне моделювання.

Метод імітаційного моделювання заснований на тому, що система, яка вивчається, змінюється імітатором і з ним проводяться експерименти з метою отримання інформації про цю систему. Експериментування з імітатором називають імітацією (уявлення суті явища, не вдаючись до експериментів на реальному об'єкті), тобто, імітаційне моделювання – це метод, який дозволяє будувати моделі процесів, що описують, як ці процеси проходили б насправді.

Попередником сучасного імітаційного моделювання вважається метод Монте-Карло, основна ідея якого полягає в використанні вибірки випадкових чисел для отримання імовірнісних або детермінованих оцінок деяких величин.

У рамках комп'ютерного моделювання імітаційна модель може бути використана для експериментування на комп'ютері в цілях проектування, аналізу і оцінки функціонування об'єкта. Імітаційне моделювання є одним з найпотужніших методів дослідження операцій і теорії управління. Воно реалізується завдяки набору інструментальних засобів, спеціальних комп'ютерних програм і технологій програмування, що дозволяють за допомогою процесів-аналогів провести цілеспрямоване дослідження структури і реального складного процесу в режимі «імітації», виконати оптимізацію деяких його параметрів.

Важливим є той момент, що імітаційне моделювання дозволяє вирішувати задачі великої складності, забезпечує імітацію будь-яких складних і багатогранних процесів, зокрема пов'язаних з прийняттям рішень у процесі масового обслуговування клієнтів.

Одним із важливих розділів імітаційного моделювання є теорія масового обслуговування, яка також має синонімічну назву теорії черг. Вона являє собою теоретичні основи ефективної побудови та експлуатації систем масового обслуговування, які призначені для багаторазового виконання однотипних завдань. Сучасні ринкові відносини передбачають жорстку боротьбу за клієнта. У багатьох випадках незадоволеність клієнта викликана невдалою організацією його обслуговування, наприклад, занадто довгим очікуванням в черзі або відмовою в обслуговуванні. Використання імітаційного моделювання для систем масового обслуговування дозволяє уникнути переважної кількості таких проблем.

Об'єктом дослідження є процес обслуговування клієнтів автозаправного комплексу.

Предметом дослідження є імітаційні моделі процесів масового обслуговування клієнтів та засоби оцінки ефективності цих процесів.

Метою роботи є дослідження ефективності застосування засобів комп'ютерного моделювання для управління процесами масового обслуговування клієнтів.

Для досягнення цієї мети було поставлено наступні завдання:

- дослідити поняття моделі і моделювання в імітаційному експерименті;
- провести аналіз основ імітаційного моделювання економічних процесів;
- розкрити сутність методу Монте-Карло у комп'ютерному моделюванні;
- дослідити формування початкових даних для імітаційного експерименту засобами генерації випадкових чисел;
- класифікувати імітаційні моделі за типами систем масового обслуговування;
- розробити імітаційну модель обслуговування клієнтів автозаправного комплексу;
- здійснити програмну реалізацію імітаційної моделі за методом Монте-Карло.

РОЗДІЛ 1
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ

1.1. Поняття моделі і моделювання в імітаційному експерименті

Модель – це об’єкт, який в певних умовах замінює об’єкт-оригінал, відтворюючи ті властивості і характеристики оригіналу, що нас цікавлять та маючи суттєві переваги в використанні, як то наглядність, економічність (дешевизна), доступність досліджень тощо [8, 9].

Моделювання – це дослідження будь-яких процесів, явищ, об’єктів або систем шляхом побудови і вивчення їх моделей, використання моделей для визначення або уточнення характеристик і оптимізації способів побудови систем (об’єктів) [8, 9].

Будь-яка діяльність людини має цільовий характер. Ціль, мета – це зразок бажаного майбутнього, тобто модель стану, на досягнення якого і напрямлена діяльність. Системність діяльності проявляється в її плануванні, алгоритмізації. Зазначимо також, що модель є цільовим відображенням оригіналу.

За типами цілей розрізняють моделі [11]:

- *пізнавальні,* що є формою організації і представлення знань, засобами поєднання нових знань з відомими;
- *прагматичні,* що є засобом керування практичними діями, засобом зображення потрібних дій або їх результату; тобто є робочим представленням мети. Прагматичні моделі носять нормативний характер, тобто виступають у ролі стандарту, зразка (приклад: закони, статути, креслення тощо).

По відношенню до часу моделі бувають:

- *статичні* (час не розглядається як характеристика системи),
- *динамічні* (враховують зміни характеристики системи в часі).

За реалізацією моделі бувають:

- *ідеальними* (абстрактними),
- *матеріальними* (реальні, речовинні).

Матеріальні моделі поділяються на

- *фізичні* (приклади: натурна модель автомобіля, літака; скульптура, голограма тощо);
- *непрямої подоби* (наприклад: електромеханічна аналогія на основі єдності математичного опису);
- *умовної аналогії* (приклад: паспорт, гроші, креслення тощо).

Ідеальними є моделі, які побудовані засобами мислення, свідомості. Такими моделями є всі мовні конструкції. Різні мовні конструкції відрізняються рівнем абстракції та точності передачі інформації. По зростанню цих характеристик виділяють:

- природні мови (українська, англійська тощо);
- професійні мови (мови лікарів, льотчиків тощо);
- мови програмування (фортран, алгол, паскаль тощо);
- математична мова (спеціалізована мова максимально досяжної на сьогодні точності та визначеності), що використовується як в різних математичних теоріях, так і послуговує в різних галузях знань для побудови формальних ідеальних моделей. Імануїл Кант зазначав, що “в кожному пізнанні стільки науки – скільки є в ньому математики”.

Ідеальні моделі поділяють на *семантичні* (знакові) та *інтуїтивні*.

Семантичні моделі за способом представлення поділяють на *математичні*, *логічні та графічні*, хоч цей поділ досить умовний, оскільки логічні та графічні можна розглядати як частковий випадок математичних.

Математичні моделі за можливістю обчислювати різні їх параметри поділяються на:

- аналітичні;
- алгоритмічні;
- імітаційні.

Аналітичними є моделі, які являють собою математичні співвідношення (у вигляді різних типів рівнянь, нерівностей, їх систем та структур), що дозволяють за однозначною обчислювальною процедурою, знаходити як точні розв’язки, так і параметри моделі.

Алгоритмічними називають моделі, які дозволяють знаходити наближені розв'язки (значення шуканих параметрів моделі) за допомогою, як правило, ітераційних (рекурентних) обчислювальних алгоритмів.

Хоч алгоритмічні моделі є дуже характерними для моделювання складних систем, все ж основним їх видом є *імітаційні моделі*. Ці моделі є програмами для комп'ютера, що реалізують певні процедури перетворення числової та нечислової інформації з метою одержання інформації про характеристику модельованої системи з заданою точністю.

Інтуїтивні моделі не встановлюють строгих кількісних співвідношень між модельованими реаліями. Вони будуються на описовому (вербальному) рівні. Головна мета їх побудови – висунення гіпотез, формування евристик стосовно відношень між елементами системи. Це важливо для *моделювання метасистем*.

За способом формування евристик розрізняють такі види *інтуїтивних моделей:*

- сценарії;
- операційні ігри;
- уявний експеримент.

Наведена класифікація зображена на рис. 1.1 [22].

Такі характеристики складних систем обумовлюють широту математичного апарату, що може використовуватись при моделюванні системи.

1.2. Сутність імітаційного моделювання

Імітаційне моделювання є потужним інструментом дослідження поведінки реальних систем. Методи імітаційного моделювання дозволяють зібрати необхідну інформацію про поведінку системи шляхом створення її комп'ютеризованої моделі. Ця інформація використовується потім для проектування системи. Імітаційне моделювання не вирішує оптимізаційних задач, а швидше є технікою оцінки значень функціональних характеристик системи, що моделюється.

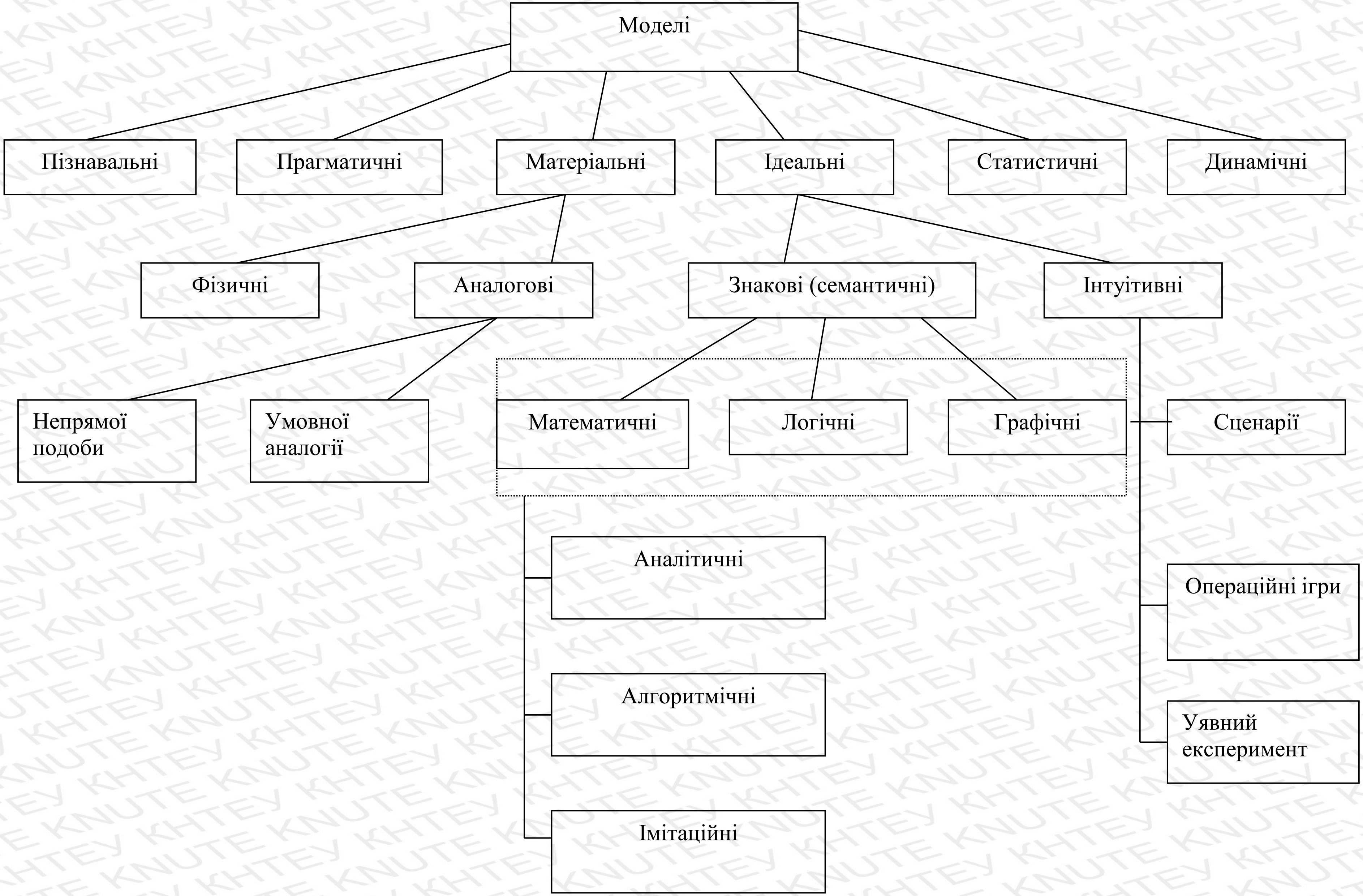

Рис. 1.1. Класифікація моделей.

Імітаційне моделювання – це різновид моделювання, у якому за допомогою математичних інструментальних засобів та спеціальних комп'ютерних програм і технологій проводиться цілеспрямоване дослідження структури і функцій реального складного процесу в режимі «імітації», що дозволяє виконати оптимізацію деяких його параметрів [15, 16, 26, 41].

В основі будь-якого моделювання з використанням ЕОМ лежить проведення на основі математичної моделі серії обчислювальних експериментів, у ході яких досліджуються властивості об'єктів або процесів, знаходяться їх оптимальні параметри та режими роботи. Якщо при цьому вказані обчислювальні експерименти з математичними моделями імітують поведінку реальних об'єктів, процесів або систем, то такі моделі називаються імітаційними.

За однією з найбільш відомих класифікацій до основних етапів імітаційного моделювання відносять наступні [16].

1. *Визначення системи* – встановлення меж, обмежень і вимірювачів ефективності системи, що підлягає вивченню.

2. *Формулювання моделі* – перехід від реальної системи до деякої логічної схеми (абстрагування).

3. *Підготовка даних* – відбір даних, необхідних для побудови моделі, і подання їх у відповідній формі.

4. *Трансляція моделі* – опис моделі на мові програмування.

5. *Оцінка адекватності* – підвищення до прийнятного рівня ступеня впевненості, з яким можна судити щодо коректності висновків про реальну системі, отриманих на підставі звернення до моделі.

6. *Стратегічне планування* – планування експерименту, який повинен дати необхідну інформацію.

7. *Тактичне планування* – визначення способу проведення кожної серії випробувань, передбачених планом експерименту.

8. *Експериментування* – процес здійснення імітації з метою отримання бажаних даних і аналізу чутливості.

9. *Інтерпретація* – побудова висновків за даними, отриманим шляхом імітації.

10. *Реалізація* – практичне використання моделі та результатів моделювання.

11. *Документування* – реєстрація ходу здійснення проекту і його результатів, а також документування процесу створення та використання моделі.

Якою б складною і повною не була модель, вона тим не менш є наближеним відображенням реального об'єкта і відображає його за певних прийнятих припущень. Однак до тих пір поки не доведена адекватність моделі реальній обстановці, не можна з упевненістю стверджувати, що з її допомогою вийдуть ті результати, які справді характеризують функціонування досліджуваного об'єкта. Оцінка адекватності і точності математичної моделі будь-якого типу, в тому числі й імітаційної, є найважливішим завданням моделювання, так як будь-які дослідження на неадекватній моделі втрачають сенс [26].

Згідно з іншою класифікацією незалежно від розглянутих вище класів моделей імітаційне моделювання є складним ітераційним процесом і включає в себе такі основні етапи [41]:

1) формулювання проблеми та визначення цілей імітаційного дослідження.
2) розробка концептуальної моделі у вигляді вербального опису об'єкта моделювання.
3) формалізація імітаційної моделі.
4) вибір програмних засобів і налаштування імітаційної моделі.
5) комплексне тестування (верифікація, оцінка адекватності) розробленої моделі.
6) планування і проведення імітаційного експерименту.
7) аналіз результатів моделювання.

Імітаційне моделювання дозволяє виконувати імітацію процесу в режимі прискореного часу. Але, насправді, реальний економічний процес дуже рідко виконується чітко і швидко. Для невиробничої фірми як складної соціально-економічної системи людський фактор відіграє ключову роль. Очевидно, що люди володіють більш складною і непередбачуваною поведінкою у порівнянні з природними явищами або технічними засобами. Практично завжди виникають перерви та затримки, пов'язані з тим, що в потрібний момент часу співробітники фірми зайняті виконанням більш пріоритетних завдань. Саме тому моделювання процесів діяльності фірми завжди пов'язане з невизначеністю. Для врахування невизначеностей параметрів моделі потрібно вивчити звітні дані процесу за тривалий проміжок часу. Таким чином можна встановити закономірності зміни випадкових величин, тобто знайти закон їх розподілу, побудувати на його основі математичну модель процесу, а далі – програму для ЕОМ. В імітаційному експерименті присутність невизначених впливів моделюється за допомогою випадкових чисел як основи для представлення різних кількісних та фінансових даних [1, 18].

Однак, випадкові величини – це далеко не єдиний засіб урахування невизначених параметрів системи. Складні процеси, що протікають у фірмі, вимагають використання нечітких, інтервальних та інших параметрів, які адекватно описують невизначений характер стратегічних та допоміжних процесів діяльності [3, 6, 17]. Ще складнішим є питання одночасного врахування різних типів невизначеності при постановці та проведенні імітаційного експерименту. Якщо окремим аналітичним моделям в умовах стохастичної, нечіткої, інтервальної, параметричної, багатокритеріальної невизначеності присвячено чимало праць, то в імітаційному моделюванні увага приділена виключно стохастичним величинам [1, 18]. В силу того, що в імітаційному моделюванні оперують не з характеристиками невизначених процесів, а з конкретними випадковими числовими значеннями, то результати, отримані в ході імітації, є випадковими. Тому, для отримання максимально повної та об'єктивної інформації про процес потрібно багатократно повторювати імітаційні експерименти і проводити статистичну обробку отриманих даних.

Сучасне імітаційне моделювання застосовується в основному для дослідження ситуацій та систем, які можна описати як системи масового обслуговування. Це не обмежує застосування імітаційного моделювання, оскільки на практиці будь-яку ситуацію дослідження операцій або прийняття рішень можна в тій чи іншій мірі розглядати як систему масового обслуговування. З цієї причини методи імітаційного моделювання знаходять широке застосування в задачах, що виникають в процесі створення систем масового обслуговування, систем зв'язку; в економічних і комерційних завданнях, включаючи оцінки поведінки споживача, визначення цін, економічне прогнозування діяльності фірм; в соціальних і соціально-психометричних завданнях; в задачах аналізу військових стратегій і тактик.

1.3. Метод Монте-Карло

Попередником сучасного імітаційного моделювання вважається метод Монте-Карло, основна ідея якого полягає в використанні вибірки випадкових чисел для отримання імовірнісних або детермінованих оцінок деяких величин [14, 32, 39].

Імітація є випадковим експериментом, тому будь-який результат, отриманий шляхом імітаційного моделювання, схильний до експериментальних помилок і, отже, як у будь-якому статистичному експерименті, повинен ґрунтуватися на результатах відповідних статистичних перевірок.

Метод Монте-Карло, у першу чергу, використовують у якості методу моделювання випадкових величин з подальшим обчисленням основних властивостей отриманого розподілу. Звичайно, в сучасних умавах такий вид моделювання можна здійснити тільки з використанням обчислювальної техніки. Проте, перші практичні спроби використання методу Монте-Карло спиралися чисто на аналітичні його властивості з використанням стандартних таблиць випадкових чисел.

Випадкові фактори присутні в більшості соціально-економічних процесах, а також притаманні виробничій сфері. В більшості випадків такі параметри не контролюються, а випадковість вважається невід'ємною частиною функціонування системи. Однак, враховувати невизначеність все ж таки потрібно, оскільки від цього залежить якість прогнозування соціально-економічних процесів і, відповідно, якість рішень, які приймаються на основі таких прогнозів. Вплив випадкових факторів на досліджувану систему повинен знаходитися під контролем дослідника для формування оптимальної стратегії дій в управлінні системою. Такий вплив можливо дослідити з використанням методу Монте-Карло.

Питання опису математичних моделей в умовах стохастичної невизначеності виникає у період їх побудови. На основі даних експерименту потрібно визначити ключові характеристики випадкових розподілів такі як розподіл імовірностей, функцію або щільність розподілу, дисперсія,середнє квадратичне відхилення і так далі. У зв'язку з цим постає питання доцільності використання в методі Монте-Карло випадкових параметрів з реальних емпіричних даних. Це можливо пояснити такими причинами [32]:

1) використання реальних даних експерименту передбачають моделювання даних, що вже відбулися в минулому, а тому не можуть досконало описати нинішній стан системи. Таке можливо дише тоді,коли ми доведемо, що тенденція зміни залишилася нині такою ж як і в минулому. Але оскільки мова йде про випадкові числа,які апріорі не повторюються, то по меншій мірі це повинно стосуватися закону розподілу ймовірностей;
2) теоретичний розподіл імовірностей суттєво економить ресурси комп'ютера як то оперативна пам'ять та час обробки даних;
3) генератори випадкових чисел, які побудовані на основі властивостей теоретичногозакону розподілу, задають послідовності, на яких легше перевірити чутливість моделі до різногороду коливань випадкових величин. До того ж, якщо доведено відповідність емпіричних даних певному закону розподілу, то моделюват початкові дані для проведення чергових імітаційних експериментів стає значно легше.

Метод Монте-Карло знайшов своє використання в різних галузях природничої науки. З використанням цього методу успішно розв'язуються задачі математичного аналізу, зокрема отримання наближених методів розв'язування диференціальних та інтегральних рівнянь.

Також метод Монте-Карло з успіхом застосовується в оптимізаційних задачах. З його допомогою можна генерувати випадкові значення допустимої області і обсилювати при цьому значення функції мети. У складних методах нелінійної опттимізації метод Монте-Карло використовують для визначення вектору руху за оптимальною траєкторією пошуку розв’язку і знаходлження таким чином екстремальних значень нелінійної функції.

В реальних експериментах таким способом обираються точки при нестантартному проходженні процесів. Якщо мова йде про імітаційні експерименти з використанням комп’ютерів, то в цьому випадку метод Монте-Карло дозволяє провести імітацію випадкових явищ, які присутні в реальних системах [39].

Для демонстрації методу Монте-Карло розглянемо наступний приклад, в якому особливо підкреслена статистична природа імітаційного експерименту.

Використаємо метод Монте-Карло для оцінки площі круга (рис. 1.2), рівняння кола якого має вигляд

$$(x - 1)^2 - (y-2)^2 = 25$$

Круг має радіус r = 5 см, і його центр знаходиться в точці (x, y) = (1, 2).

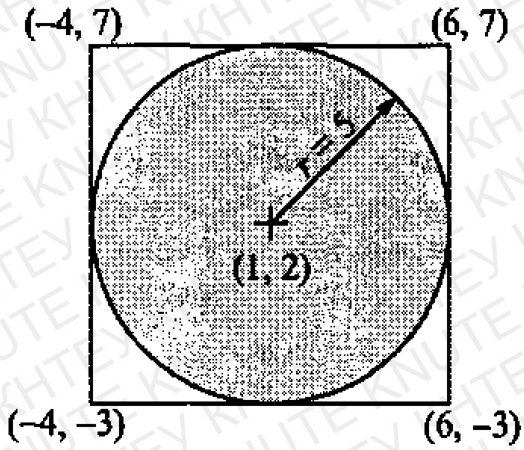

Рис. 1.2. Метод Монте-Карло для оцінки площі круга [38]

Процедура оцінки площі вимагає розміщення круга в описаний навколо нього квадрат, сторона якого дорівнює діаметру круга. Вершини квадрата визначаються безпосередньо з геометричних властивостей фігури.

Оцінка площі круга заснована на припущенні, що всі точки квадрата рівноймовірні. Припустимо, що вибірка складається зі спостережень n точок квадрата, і m з них потрапили всередину круга або на коло. Тоді площа круга

$$S_{circle} = \frac{m}{n} S_{square} = \frac{m}{n} \cdot 10 \times 10$$

Тут координати x і y точок квадрата представлені як рівномірно розподілені випадкові величини з щільністю ймовірностей

$$f(x) = \frac{1}{10}, \ -4 \le x \le 6$$

$$f(y) = \frac{1}{10}, \ -3 \le x \le 7$$

Обидві функції дорівнюють нулю поза вказаних інтервалів.

Процедура обчислення вибіркових значень (x, y) починається з генерування незалежних випадкових чисел, рівномірно розподілених на інтервалі [0,1]. Потім ці числа відображаються на наш квадрат. Рівномірно розподілені в інтервалі [0,1] випадкові числа мають щільність ймовірності виду

$$f(x) = \begin{cases} 1, \ if \ \ 0 \le x \le 1, \\ 0, \ otherwise \end{cases}$$

У табл. 1.1 [38] наведено невеликий список випадкових чисел з інтервалу [0,1]. Ці числа згенеровані з використанням спеціальних методів, які будуть розглянуті у другому розділі кваліфікаційної роботи.

Таблиця 1.1.

Генерація випадкових чисел для методу Монте-Карло

0,0589	0,3529	0,5869	0,3455	0,7900	0,6307
0,6733	0,3646	0,1281	0,4871	0,7698	0,2346
0,4799	0,7676	0,2867	0,8111	0,2871	0,4220
0,9486	0,8931	0,8216	0,8912	0,9534	0,6991
0,6139	0,3919	0,8261	0,4291	0,1394	0,9745
0,5933	0,7876	0,3866	0,2302	0,9025	0,3428
0,9341	0,5199	0,7125	0,5954	0,1605	0,6037
0,1782	0,6358	0,2108	0,5423	0,3567	0,2569
0,3473	0,7472	0,3575	0,4208	0,3070	0,0546
0,5644	0,8954	0,2926	0,6975	0,5513	0,0305

Нехай R_1 і R_2 – різні випадкові числа з інтервалу [0,1]. Тоді координати (x, y) точок квадрата можна виразити через ці випадкові числа:

$$x = -4 + \left[6 - (-4)\right]R_1 = -4 + 10R_1,$$
$$y = -3 + \left[7 - (-3)\right]R_2 = -3 + 10R_2.$$

Використовуючи наведені формули, ми можемо згенерувати рівномірно розподілену випадкову точку (x, y) квадрата для кожної пари випадкових чисел (R_1, R_2). Згенерована точка (x, y) потрапляє всередину круга, якщо

$$(x - 1)^2 - (y-2)^2 \le 25$$

Наприклад, якщо $R_1 = 0.0589$ і $R_2 = 0.6733$, то

$$x = -4 + 10R_1 = -4 + 10 \cdot 0.0589 = -3.411,$$
$$y = -3 + 10R_2 - 4 + 10 \cdot 0.6733 = 3{,}733.$$

x = -4 + 10R= -4 + 10 x 0,0589 - -3,411,

y = -3 + 10R2 = -3 + 10 x 0,6733 = 3,733.

Так як величина $(-3.411-1)^2 + (3.733-2)^2 = 22.46$ менше 25, відповідно точка (x, y) потрапляє всередину круга.

Узявши 30000 точок, розподілених на 5 вибірок і провівши 3 прогони, за методом Монте-Карло отримаємо оцінки площі круга від 78.533 см^2 до 78.490 см^2 (точна площа круга становить 78.54 см^2). При цьому стандартне відхилення при n=30000 становить s=0.308, а при n=90000 становить s=0.191.

Таким чином, точність оцінки можна підвищити, збільшивши обсяг однієї вибірки та (або) повторивши експерименти (прогони) на різних вибірках (але однакового розміру).

З огляду на те, що оцінки площі мають розсіювання, важливо, щоб результати експерименту, пов'язаного з моделюванням, були виражені у вигляді довірчих інтервалів, що показують величину відхилення від точного значення. У розглянутому прикладі, якщо A являє собою точне значення площі, а $\bar{A}$ і s^2 –

середнє і дисперсію при кількості експериментів N, то $100(1-\alpha)\%$ -ий довірчий інтервал для A задається у вигляді

$$\bar{A}-\frac{s}{\sqrt{N}}t_{\frac{\alpha}{2},N-1}\le A\le \bar{A}+\frac{s}{\sqrt{N}}t_{\frac{\alpha}{2},N-1},$$

де $t_{\frac{\alpha}{2},N-1}$ – $\left(100\frac{\alpha}{2}\right)\%$ -на точка *t*-розподілу (розподілу Стьюдента) з *N-1* ступенями вільності. Зауважимо, що N означає число експериментів (прогонів), і його слід відрізняти від n, яке означає обсяг вибірки («тривалість» прогону моделі). У розглянутому прикладі ми зацікавлені у встановленні довірчого інтервалу, отриманого для вибірки найбільшого обсягу (тобто n=90000). При N = 5, $N=5, \bar{A}=78.490$ см^2, s=0.191 см^2, $t_{\frac{\alpha}{2},N-1}=2.776$ результуючим 95%-ним довірчим інтервалом є $78.25 \le A \le 78.73$.

Розглянутий приклад ставить два питання, характерних для будь-якого експерименту, пов'язаного з моделюванням [38].

1. Яким повинен бути обсяг вибірки n для досягнення необхідного значення довірчих інтервалів?

2. Скільки для цього потрібно прогонів N?

Відповіді залежать від природи експерименту, пов'язаного з моделюванням. Як і в будь-якому статистичному експерименті, великі значення n і N забезпечують більш надійні результати. Перешкодою може бути вартість проведення експерименту, яка зростає пропорційно до збільшення n і N.

Висновки до розділу 1

У першому розділі випускної кваліфікаційної роботи проведено дослідження понять «модель» та «моделювання», здійснено класифікацію моделей за різними класифікаціями. Зокрема, математичні моделі поділяють на аналітичні, які являють собою математичні співвідношення; алгоритмічні, які дозволяють знаходити наближені розв'язки за допомогою ітераційних обчислювальних алгоритмів та імітаційні, що реалізують певні процедури перетворення числової та нечислової інформації з метою одержання інформації про характеристику модельованої системи з заданою точністю.

Розглянуто сутність імітаційного моделювання, в основі якого лежить поняття імітаційного експерименту. Для проведення імітаційного експерименту потрібно здійснити генерацію випадкових чисел та використати один із методів імітаційного моделювання. Одним з найбільш вживаних є метод Монте-Карло, який часто застосовують в експериментальних дослідженнях, коли використання аналітичних чи алгоритмічних моделей є неможливим або вкрай важким.

РОЗДІЛ 2
МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ

2.1. Генерація випадкових чисел для проведення процесу імітації

Моделі з випадковими параметрами, функціями та процесами є одними з найважливіших, які стосуються побудови та використання імітаційних експериментів у складних системах [15, 16]. Рівномірно розподілені випадкові числа з інтервалу [0, 1] грають ключову роль в отриманні вибірок з будь-якого ймовірного розподілу. Справжні випадкові числа з інтервалу [0,1] можна генерувати лише за допомогою електронних приладів. Так як імітаційні моделі реалізуються на комп'ютері, використання електронних приладів для генерації випадкових чисел занадто б уповільнило процедуру імітаційного моделювання. Крім того, електронні прилади активізуються випадковим чином. Отже, неможливо за бажанням відтворити одну і ту ж послідовність випадкових чисел. Цей факт надзвичайно важливий, так як для налагодження, перевірки та затвердження імітаційної моделі часто потрібно дублювання однієї і тієї ж послідовності випадкових чисел.

Базою у моделях з випадковими параметрами є датчик випадкових чисел. Оскільки відтворити реально випадкові числа неможливо, то мова йде про так звані «псевдовипадкові» числа, які розподілені в інтервалі від 0 до 1 за рівномірним законом розподілу. Саме така база і є основою для отримання моделей випадкових чисел, функцій та процесів. Існують три основні способи для отримамання псевдовипадкових чисел:

- апаратний;
- табличний;
- алгоритмічний.

Генерація випадкових параметрів апаратним способом здійснюється з використанням електронних пристроїв (генераторів випадкових чисел). Вони часто є зовнішніми пристроями комп'ютерів. Генератори випадкових чисел використовують фізичний ефект шуму електронних та напівпровідникових приладів (так званий «білий шум») [26].

В основу табличного способу покладено процес формування таблиці даних, в якій записуються конкретні реалізації послідовності випадкових чисел, що знаходяться в пам'яті ком’'ютера.

Спеціально розроблені комп’ютені програми для генерації випадкових чисел покладенов основу аналітичного способу.

Розглянемо основні плюси і мінуси різних способів генерації випадкових чисел (табл. 2.1) [16].

Таблиця 2.1

Переваги та недоліки основних способів генерації псевдовипадкових чисел

Спосіб	Переваги	Недоліки
Апаратний	Кількість чисел, які генеруються, необмежена. Використовується невелика кількість операцій ЕОМ. Не потребує місця в пам’яті ЕОМ	Потрібна періодична перевірка якості послідовності випадкових чисел. Повторення ідентичної послідовності неможливе. Необхідно використовувати спеціальний пристрій
Табличний	Перевірка якості послідовності виконується один раз – у процесі формування файлу. Можливе повторення ідентичних послідовностей випадкових чисел	Кількість чисел необмежена. При розміщенні в оперативній пам’яті файл займає багато місця. При розміщенні в зовнішній пам’яті зростає час звертання до файлу

Алгоритмічний	Перевірка якості послідовності виконується один раз – при випробуванні програми. Можливе багаторазове повторення послідовності. Займає мало місця в пам'яті ЕОМ. Не використовуються зовнішні пристрої	Кількість чисел послідовності обмежена внаслідок періодичності датчика. Необхідні витрати машинного часу на отримання псевдовипадкових чисел

Основним методом, що використовується в практичних задачах, є алгоримічний спосіб. Далі наведемо необхідні умови, що ставляться до розподілу випадкових чисел, отриманих алгоримічним способом.

У ході побудови імітаційної моделі на комп'ютері повинні виконуватися такі два етапи:

- генерація стандартного випадкового процесу;
- функціональне перетвореня стандартного випадкового процесу.

У якості бази можна обрати довільний процес, що є зручним для побудови моделі. Базовий процес при побудові моделі задає послідовність випадкових чисел $\{x_j\}=x_0,x_1,\ldots x_n$, яка являє собою реалізацію незалежних випадкових величин, що є рівномірно розподіленими на проміжку від до 1. Така послідовність може бути задана наступною щільністю розподілу:

$$f(x)=\begin{cases}1, 0\le x\le 1\\ 0, x<0 \ or \ x>1\end{cases} \tag{2.1}$$

та інтервальною функцією розподілу

$$F(x)=\begin{cases}0, x<0\\ x, 0\le x\le 1\\ 1, x>1\end{cases} \tag{2.2}$$

з математичним сподіванням

$$M\left[\xi\right]=\int_{0}^{1}xf\left(x\right)dx=\frac{1}{2} \tag{2.3}$$

та дисперсією

$$D\left[\xi\right]=\int_{0}^{1}\left(x-M\left[\xi\right]\right)^{2}f\left(x\right)dx=\frac{1}{12} \tag{2.4}$$

На комп’ютері отримани подібний теоретичний розподіл не має можливості, оскільки він працює з числами, які отримані шляхом розподілу дискретної функції. Саме тому для n-розорядного комп’ютера неперервну сукупність випадкових чисел, які розподілені в інтервалі (0; 1) за рівномірним законом, замінюють дискретною послідовністю випадкових чисел кількістю 2^n. Інтервадл для генераціїяк неперервної, так і дискретної послідовності береться один і той самий. Отриманий таким чином розподіл носить назву *квазірівномірного розподілу.*

Випадкове значення ξ, яке розподілене за таким квазірівномірним розподілом, приймає значення $x_i = i/(2^n - 1)$ з ймовірностями $P_i = (1/2)^n$, $i = 0{,}2^n - 1$.

Математичне сподівання та дисперсія величин ξ

$$M\left[\xi\right]=\sum_{i=0}^{2^n-1}\frac{i}{2^n-1}\cdot\frac{1}{2^n}=\frac{1}{2}$$

$$D\left[\xi\right]=\sum_{i=0}^{2^n-1}\frac{1}{2^n}\cdot\left[\frac{i}{2^n-1}-\frac{1}{2}\right]^2=\frac{1}{12}\cdot\frac{2^n+1}{2^n-1}$$

Саме через дискретніть представлення реально неперервних випадкових значень, а також враховуючи періодичність послідовностей, що генерують алгоритми, ідеальної послідовності виадкових значеньнеможливо отримати навіть з використанням потужного комп’ютера. Таким чином, генератори випадкових чисел здатні генерувати лише псевдовипадкові значення [15, 16].

Основні вимоги, що висуваються до ідеального генератора випадкових чисел:

- квазірівномірний розподіл згенерованих випадкових чисел;
- статистична незалежність згенерованої послідовності чисел (відсутність кореляції);
- інструменти для відтворення згенерованої сукупності випадкових чисел.

Необхідно, щоб витрати часу та обсягу пам'яті комп'ютера при генерації випадкових чисел були мінімальними.

Генерація псевдовипадкових чисел практично відбувається на основі рекурентних співвідношень 1 та 2 порядку:

$$x_{i+1} = \varphi(x_i); \ x_{i+1} = \psi(x_i, x_{i-1})$$

Умови, які розглянути вище є необхідними, проте не достатніми. Вони дають змогу відкинути неперспективні варіанти. Для варіантів, які залишаються, потрібно здійснити додаткову перевірку на основі статистичного тестування.

Розглянемо інші методи генерації послідовності псевдовипадкових чисел [16].

1) Метод серединних інтервалів є одним із перших методів, який був запропонований Метрополісом та Джоном фон Неманом ще у 1946 році. Наразі цей метод практично не використовується і викликає лише історичну цікавість. Основним недоліком методу є складності, пов'язані з його аналізом. Також проблемою є повільність у його роботі та статистична незадовільність отриманих результатів генерації. Метод серединних інтервалів складається з таких основних кроків:

1. Вибір довільноговелмкого зазначенням числа *n*.
2. Піднесення цього числа до квадрату і за потреби доповнення його зліва нулями для отримання числа з 2*n* розрядами.
3. Взяття в середині утвореного числа *n* розрядів і утворення таким чином нового випадкового числа.

4. Перезхід до кроку 2.

Розглянемо приклад застосування методу Метрополіса і фрн Неймана для демонстрації роботи алгоритму. В якості початкового значення оберемо число 2152.

$$x_0 = 2152 \; x_0^2 = 04631104$$
$$x_1 = 6311 \; x_1^2 = 39828721$$
$$x_2 = 8287 \; x_2^2 = 68674369$$

Отримана послідовність випадкових чисел буде мати вигляд: 0,2152; 0,6311; 0,8287, …

Часто отримана послідовність може збігтися до стаціонарного числа. Наприклад, у даній послідовності, починаючи з другогокроку, будемо отримувати однакові числа 2500:

$$x_0 = 4500 \; x_0^2 = 20250000$$
$$x_1 = 2500 \; x_1^2 = 06250000$$
$$x_2 = 2500 \; x_2^2 = 06250000$$

2) Наступна група методів, що отримали назву конгруентних, засновані на використанні декілької рекурентних формул, що містять ознаки конгруентності, тобто рівності чисел за визначеною основою. Розглянемо означення. Два числа A та B називаються конгруентними за основою m (де m – ціле число) у випадку, якщо є таке ціле число M, що A – B = M m. Це означає, що при діленні чисел A та B на m вони будуть мати однакову остачу. Так, наприклад, 15~ 17 (mod 2). Програмна генерація на основі конгруентних методів завжди виявляється періодичною, хоч часто і з великим періодом. Тобто, послідовність буде повторюватися, починаючи з деякого кроку алгоритму.

Аналогічно працює мультиплікативний конгруентний метод, що базується на використанні конгруенції

$$x_{i+1} = ax_i \left(\bmod m\right)$$

де a, m – невід’ємні цілі числа.

Початкові значення параметрів x_0, а та m потрібно обрати так, щоб можна було забезпечити максимальний період і в той же час мінімізувати кореляцію між числами послідовності, що генерується. При вірному виборі хначень a та x_0 максимальний період складає: для машин здвійковою розрядністю – $P = 2^{b-2} = \frac{m}{4}$, для машин з десятковою розрядністю – $P = 5 \cdot 10^{d-2} = \frac{m}{20}$. Для машин з двійковою системою значення a слід обрати із співвідношення $\alpha = 8T \pm 3$, де T – додатне ціле число; x_0 – додатне непарне число. Для машин з десятковою системою значення $d = 200T \pm Q$, де Q приймає значення із послідовності ± (3, 11, 13, 19, 21, 27, 29, 37, 53, 59, 61, 67, 77, 83, 91); x_0 –непарне ціле число, не конгруентне 5.

Шляхом до прискорення виконання алгоритму може стати підбір основи конгруенції (модуля) таким, що дорівнює довжині машинногослова комп’ютера. При цьому обчислення остачі при діленні на число m еквівалентне виділенню b молодших розрядів чисельника, а перетворення цілого числа x_i до раціонального дробу виконується шляхом підстановки зліва від x_i двійкової або десяткової коми.

Нижче наведено приклад побудови генератора випадкових чисел конгруентним методом для двійкової машини з чотимра розрядами. Для прикладу в якості початкових умов обираємо: b=4, x_0=7 (0111), a=5 (0101):

$$a * x_0 = 0101*0111 = 00100011 \quad x_1 = 0011 \quad x_1 = 3/16 = 0.1875$$
$$a * x_1 = 0101*0011 = 00001111 \quad x_2 = 1111 \quad x_2 = 15/16 = 0.9375$$
$$a * x_2 = 0101*1111 = 01001011 \quad x_3 = 1011 \quad x_3 = 11/16 = 0.6875$$
$$a * x_3 = 0101*1011 = 00110111 \quad x_4 = 0111 \quad x_4 = 7/16 = 0.4375$$

Період роботи генератора становить $2^{4-2} = 4$

3) Змішаний конгруентний метод був запропонований Томсоном і полягає у використанні формули

$$x_{i+1} = (ax_i + c)(\bmod m)$$

Цей метод можна вважати складнішим за попередні з обчислювальної точки зору. Однак у ньому є можливість обрати додатковий параметр c і при цьому зменшується можлива кореляція між згенерованими випадковими значеннями.

4) За аналогічною формулою працює і адитивний конгруентний метод

$$x_{i+1} = \left(x_i + x_{i-1}\right)(\mathrm{mod}\, m)$$

Взяття в якості початкових параметрів значень x_0 = 0, x_1 = 1 приведе до того, що ми отримаємо послідовність Фібоначчі. Сам адитивний генератор використовує формулу

$$x_{i+1} = \left(x_i - x_{i-1}\right)(\mathrm{mod}\, m)$$

яка на практиці призводить до кращих результатів, проте вимагає більших ресурсів пам’яті комп’ютера через необхідність збереження значень, що лежать між між $x_{i-\kappa}$ і $x_{i.}$

5) Остання група методів, які називають комбінованими, посилюють «випадковість» згенерованої послідовності внаслідок збільшення часового проміжку генерації. Для прикладу є можливість використання двох генераторів випадкових чисел, що генерують послідовності $x_{0,}\, x_{1,} \ldots, x_n$ та $y_0, y_1, \ldots, y_n$ псевдовипадкових чисел відповідно і мають значення від 0 до m-1. Такі генератрори працюють незалежно і дозволяють отримати початкове випадкове число згідно із співвідношенням

$$Z_n = \left(x_n + y_n\right)(\mathrm{mod}\, m)$$

Важливо, щоб числові значення періодів послідовностей $\{x_n\}$ та $\{y_n\}$ при цьому були взаємно простими.

Методи генерації псевдовипадкових чисел, очевидно, мають свої недоліки і переваги. Саме це й передбачає можливість вибрати оптимальний спосібгенерації у кожному окремому випадку. До того ж генератори випадкових чисел є чутливими до ініціалізації початкових параметрів. На практиці в рамках імітаційного моделювання використовується найчастіше звичайний мультиплікативний генератор. Він має гарні статистичні показники зішвидкодії, що є одним із визначальних критеріїв вибору адекватного методу генерації випадкових чисел.

2.2. Класифікація систем масового обслуговування

Системи масового обслуговування з відмовами

Модель одноканальної системи масового обслуговування (СМО) з відмовами (втратами) є найпростішою з усіх моделей, що використовуються для вирішення завдань теорії масового обслуговування [28, 34, 35].

Система масового обслуговування в цьому випадку складається тільки з одного каналу ($w = 1$) і на неї надходить пуасонівський потік заявок з інтенсивністю A, яку будемо вважати незалежною від часу.

Заявка, яка застала канал зайнятим, отримує відмову і покидає систему необслугованою.

Заявка, яка застала канал вільним, надходить на обслуговування, яке триває протягом випадкового часу T_s , розподіленого за показниковим законом з параметром μ:

$$f(t) = \mu \cdot e^{-\mu t} \ (t > 0)$$

Потік обслуговування являє собою, таким чином, найпростіший (пуасонівський) потік з інтенсивністю μ. Щоб уявити собі цей потік, можна уявити один безперервно зайнятий канал, який буде формувати потік обслужених заявок інтенсивності μ.

СМО з відмовами характеризуються такими величинами [38].

Відносна пропускна здатність – відношення середньої кількості обслужених заявок за одиницю часу до середньої кількості усіх заявок, що надійшли за той же час, тобто середня частка обслужених заявок серед всіх заявок, що надійшли.

Абсолютна пропускна здатність – середня кількість заявок, яку може обслужити СМО в одиницю часу.

Імовірність відмови – середня частка необслужених заявок серед всіх заявок, що надійшли.

Знаходження граничних ймовірностей станів системи p_0 (ймовірність того, що в системі знаходиться 0 заявок) і p_1 (ймовірність того, що в системі знаходиться

1 заявка) нескладно відшукується на підставі розв’язання рівнянь Колмогорова для стаціонарного режиму:

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$$

$$p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

Для одноканальної СМО з відмовами ймовірність p_0 є не що інше, як відносна пропускна здатність *q*. Дійсно, p_0 є ймовірність того, що в момент *t* канал вільний, або ймовірність того, що заявка, що прийшла в момент *t*, буде обслугована. Отже, для даного моменту часу *t* середнє відношення кількості обслужених заявок до кількості заявок, що надійшли в систему, надійшли також дорівнює p_0 $\left(q = p_0\right)$

У сталому режимі обслуговування граничне значення відносної пропускної спроможності дорівнюватиме

$$q = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$$

Знаючи відносну пропускну здатність *q* легко знайти абсолютну пропускну здатність *A*. Вони пов’язані очевидним співвідношенням:

$$A = \lambda q$$

У сталому режимі обслуговування граничне значення відносної пропускної спроможності дорівнюватиме

$$A = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

Знаючи відносну пропускну здатність системи *q* (ймовірність того, що заявка, яка прийшла в момент *t* буде обслугована), легко знайти ймовірність відмови, або частку необслужених заявок серед тих, що надійшли:

$$P_{vidm} = 1 - q$$

У сталому режимі

$$P_{vidm} = 1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

На відміну від моделі одноканальної СМО з відмовами (втратами) в моделі багатоканальної СМО використовується n>1 обслуговуючих приладів з однаковою інтенсивністю обслуговування μ. Вхідний потік заявок і потік обслуговування заявок є пуасонівським. Як і в разі одноканальної СМО на її вхід надходить пуасонівський потік заявок з інтенсивністю λ. Заявка, яка застала хоча б один канал вільним, надходить на обслуговування, яке триває протягом випадкового часу T_s, розподіленого за показниковим законом з параметром μ. Заявка, яка застала всі канали зайнятими, отримує відмову і покидає систему необслугованою.

Системи масового обслуговування з обмеженою довжиною черги

Розглянемо одноканальну систему масового обслуговування з очікуванням, в яку надходить найпростіший потік заявок з інтенсивністю λ; інтенсивність обслуговування μ (тобто в середньому безперервно зайнятий канал видаватиме $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu}$ обслужених заявок в одиницю часу) [30, 33].

Тривалість обслуговування – випадкова величина, підпорядкована показниковому закону розподілу.

Потік обслуговування є найпростішим пуасонівським потоком подій.

Заявка, що надійшла в момент, коли канал зайнятий, стає в чергу і чекає обслуговування. Припустимо, що кількість місць у черзі обмежена числом m, тобто якщо заявка прийшла в момент, коли в черзі вже стоять m заявок, вона залишає систему необслугованою.

В якості показників ефективності одноканальної СМО з обмеженою довжиною черги будемо розглядати:

A – абсолютну пропускну спроможність СМО;

Q – відносну пропускну спроможність;

P_{vidm} – імовірність відмови;

L_{syst} – середнє число заявок, що знаходяться в системі;

T_{syst} – середній час перебування заявки в системі;

L_{ch} – середня довжина черги;

T_{ch} – середній час очікування в черзі.

Розмічений граф станів представлений на рисунку 2.1 [23].

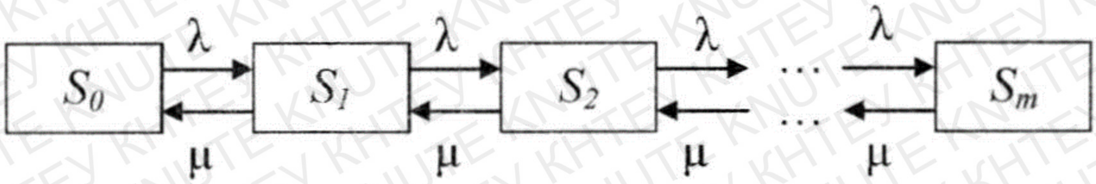

Рис. 2.1. Граф станів одноканальної СМО.

Одноканальна СМО з обмеженою довжиною черги

S_o – канал обслуговування вільний;

S_1 – канал обслуговування зайнятий, але черги немає;

S_2 – канал обслуговування зайнятий, в черзі стоїть 1 заявка;

....

S_m – канал обслуговування зайнятий, в черзі всі m заявок, будь-яка наступна заявка отримує відмову.

Ймовірності вказаних станів визначаються рівняннями:

$$p_0 = \frac{1}{\left(1 + \rho + \rho^2 + \ldots + \rho^{m+1}\right)}$$

Звідси отримуємо, що якщо $\rho \neq 1$, то

$$p_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}$$

Тоді решта граничних ймовірностей знаходяться за формулами:

$$p_1 = \rho p_0,\ p_2 = \rho^2 p_0, \ldots, p_{m+1} = \rho^{m+1} p_0$$

Якщо $\rho = 1$, то

$$p_0 = \frac{1}{m+2}$$

$$p_{vidm} = p_{m+1} = \rho^{m+1} p_o$$

$$Q = 1 - P_{vidm}$$

$$A = \lambda Q$$

$$L_{syst} = \sum_{n=0}^{m+1} n \cdot P_n$$

$$T_{syst} = \frac{L_{syst}}{\lambda}$$

$$L_{ch} = \begin{cases} \rho^2 \dfrac{1-\rho^m \left(m - m\rho + 1\right)}{\left(1-\rho\right)^2} p_0, if\ \rho \neq 1 \\ \dfrac{m\left(m+1\right)}{2\left(m+2\right)}, if\ \rho = 1 \end{cases}$$

$$T_{ch} = \frac{L_{ch}}{\lambda}$$

Розглянемо приклад. Автозаправна станція (АЗС) являє собою СМО з одним каналом обслуговування (однієї колонкою).

Майданчик при станції допускає перебування в черзі на заправку не більше п'яти машин одночасно (m= 5). Якщо в черзі вже перебувають п'ять машини, чергова машина, яка прибула до станції, в чергу не стає і їде до іншої АЗС. Потік машин, що прибувають для заправки, має інтенсивність $\lambda = 2$ (машин за хвилину). Інтенсивність потоку обслуговування становить $\mu = 2$.

Визначити характеристики СМО і зробіть висновок про ефективність її роботи.

Розв'язання.

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2}{2} = 1. \ p_o = \frac{1}{m+2} = \frac{1}{7}$$

$$p_{m+1} = \rho^{m+1} p_o \Rightarrow p_1 = p_2 = ... = p_6 = \frac{1}{7}$$

$$p_{vidm} = p_6 = \frac{1}{7}$$

$$Q = 1 - P_{vidm} = \frac{6}{7}$$

$$A = \lambda Q = \frac{12}{7} \approx 1.7 \text{ (машин за хвилину)}$$

Середня кількість машин, що заправляються, становить

$$L_{syst} = 0 \cdot \frac{1}{7} + 1 \cdot \frac{1}{7} + 2 \cdot \frac{1}{7} + 3 \cdot \frac{1}{7} + 4 \cdot \frac{1}{7} + 5 \cdot \frac{1}{7} + 6 \cdot \frac{1}{7} = 3$$

Середній час перебування машини на АЗС:

$T_{syst} = \frac{3}{2} = 1.5$ хвилини

Середня довжина черги на АЗС:

$L_{ch} = \frac{5 \cdot 6}{2 \cdot 7} = 2.1$ машин.

Середній час очікування в черзі на заправку:

$T_{ch} = \frac{2.1}{2} = 1.05$ хвилини.

Кожному сьомому клієнту відмовляють в обслуговуванні. Таким чином, ефективність АЗС низька.

Багатоканальна СМО з обмеженою довжиною черги

Розглянемо n-канальну систему масового обслуговування з очікуванням, в яку надходить найпростіший потік заявок з інтенсивністю λ; інтенсивність обслуговування μ (тобто в середньому безперервно зайнятий канал видаватиме $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ обслужених заявок в одиницю часу).

Тривалість обслуговування – випадкова величина, підпорядкована показниковому закону розподілу.

Потік обслуговування є найпростішим пуасонівським потоком подій.

Заявка, що надійшла в момент, коли всі n каналів зайняті, стає в чергу і чекає обслуговування. Припустимо, що кількість місць у черзі обмежена числом m, тобто якщо заявка прийшла в момент, коли в черзі вже стоять m заявок, вона залишає систему необслугованою.

В якості показників ефективності багатоканальної СМО з обмеженою довжиною черги будемо розглядати:

A – абсолютну пропускну спроможність СМО;

Q – відносну пропускну спроможність;

P_{vidm} – імовірність відмови;

P_{ch} – імовірність утворення черги;

$\overline{k}_z$ – середня кількість зайнятих каналів;

L_{syst} – середнє число заявок, що знаходяться в системі;

T_{syst} – середній час перебування заявки в системі;

L_{ch} – середня довжина черги;

T_{ch} – середній час очікування в черзі.

Розмічений граф станів представлений на рисунку 2.2 [23].

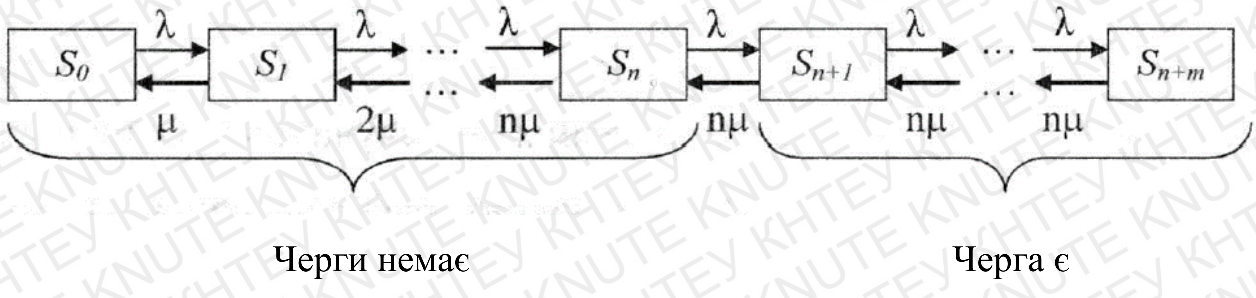

Рис. 2.2. Граф станів багатоканальної СМО.

S_o – всі канали обслуговування вільні;

S_1 – один канал обслуговування зайнятий, черги немає;

S_2 – два канали обслуговування зайняті, черги немає;

....

S_n – зайняті всі n каналів, черги немає;

S_{n+1} – зайняті всі n каналів, у черзі стоїть 1 заявка;

....

S_{n+m} – зайняті всі n каналів обслуговування і всі m місць у черзі.

Граничні ймовірності станів:

$$p_o = \frac{1}{1+\frac{\rho}{1!}+\frac{\rho^2}{2!}+...+\frac{\rho^n}{n!}+\frac{\rho^{n+1}}{nn!}\cdot\frac{1-\left(\frac{\rho}{n}\right)^m}{1-\frac{\rho}{n}}}$$

$$p_1 = \rho p_0,\ p_2 = \frac{\rho^2}{2!}p_0, ..., p_n = \frac{\rho^n}{n!}p_0$$

$$p_{n+1} = \frac{\rho^{n+1}}{nn!}p_0;\ p_{n+2} = \frac{\rho^{n+2}}{n^2 n!}p_0; ... ; p_{n+m} = \frac{\rho^{n+m}}{n^m n!}p_0$$

Імовірність відмови в обслуговуванні:

$$p_{vidm} = p_{n+m} = \frac{\rho^{n+m}}{n^m n!}p_0$$

Ймовірність утворення черги:

$$p_{ch} = \sum_{i=0}^{m-1} p_{n+i} = \frac{\rho^n}{n!}\cdot\frac{1-\left(\frac{\rho}{n}\right)^m}{1-\frac{\rho}{n}}\cdot p_o$$

Відносна пропускна спроможність:

$$Q = 1 - P_{vidm}$$

Абсолютна пропускна спроможність:

$$A = \lambda Q$$

Середня кількість зайнятих каналів:

$$\overline{k}_z = \frac{A}{\mu} = \rho Q$$

Середнє число заявок, що знаходяться в черзі:

$$L_{ch} = \frac{\rho^{n+1}}{nn!} \cdot \frac{1 - \left(\frac{\rho}{n}\right)^m \cdot \left(m + 1 - \frac{m}{n}\rho\right)}{\left(1 - \frac{\rho}{n}\right)^2} \cdot p_0$$

Середній час очікування в черзі:

$$T_{ch} = \frac{L_{ch}}{\lambda}$$

Середнє кількість заявок в системі:

$$L_{syst} = L_{ch} + \overline{k}_z$$

Середній час перебування заявки в СМО

$$T_{syst} = \frac{L_{syst}}{\lambda}$$

Висновки до розділу 2

Другий розділ кваліфікаційної роботи містить інформацію про методи генерації випадкових чисел як основи для проведення імітаційного експерименту. За способом отримання виділяють апаратний, табличний та алгоритмічний методи. За алгоритмами генерації розрізняють метод середніх квадратів, конгруентні та комбіновані методи.

У цьому розділі також представлено класифікацію систем масового обслуговування. За кількістю каналів обслуговування розрізняють одноканальні та багатоканальні системи. За принципом обслуговування виділяють дві найбільш популярні системи – системи масового обслуговування з відмовами, системи масового обслуговування з обмеженою довжиною черги. Досліджено кількісні характеристики різних типів систем масового обслуговування.

РОЗДІЛ 3
КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОБСЛУГОВУВАННЯ КЛІЄНТІВ АВТОЗАПРАВНОГО КОМПЛЕКСУ

3.1. Характеристика мережі автозаправних комплексів ОККО

Об'єктом дослідження у випускній кваліфікаційній роботі служить мережа автозаправних комплексів (АЗК) «ОККО» (рис. 3.1) [13].

Рис. 3.1. Автозаправний комплекс «ОККО».

Брендом ОККО, що налічує понад 400 автозаправних комплексів (АЗК), володіє АТ «Концерн Галнафтогаз». У структурі компанії діє також найбільша мережа закладів харчування в дорозі.

Історія розвитку компанії починається з 1993 року, коли було створено Івано-Франківську обласну виробничо-комерційну фірму «Івано-Франківськнафтопродукт», яка у 1994 році була реорганізована в акціонерне товариство закритого типу (АТЗТ) «Івано-Франківськнафтопродукт». У 1995-1998 рр. аналогічні підприємства створюються в Ужгороді та Хусті Закарпатської області. Підприємства Івано-Франківська та Закарпаття згодом реорганізовуються у відкриті акціонерні товариства і в 1998 році на їх базі було створено ВАТ

«Концерн Галнафтогаз». У 1999 році відкрито першу АЗС під брендом ОККО в місті Стрий (Львівська обл.) [13].

АТ «Концерн Галнафтогаз» – флагманська компанія холдингу ОККО Group, яка управляє однією з найбільших автозаправних мереж в Україні. Окрім того, у структурі компанії діє найбільша в Україні мережа закладів харчування в дорозі. Підрозділи компанії займаються також реалізацією товарів через магазини на АЗК, продажем нафтопродуктів великим та малим гуртом, надають послуги з експертизи якості пального, зберігання і транспортування нафтопродуктів. Компанія є оператором однієї з найбільших автозаправних мереж України, до якої входить 404 АЗК у всіх регіонах (рис. 3.2).

Рис. 3.2. Мережа АЗК «ОККО» за регіонами України [13].

Як видно з рис. 3.2, компанія веде свою діяльність у всіх регіонах України (окрім окупованих територій). У її штаті працює понад 10 тисяч осіб. До структурного складу компанії входить 5 підприємств, в яких АТ «Концерн Галнафтогаз» належить 100% акцій – це «ОККО Бізнес-Контракт», «ОККО-Рітейл», «ОККО-Агротрейд», «Нафтотермінал», «Автотранском». Також компанії належить 36% акцій компанії «ОККО-Схід» (рис. 3.3).

Рис. 3.3. Структура холдингу «Концерн Галнафтогаз» [13].

Основний напрям діяльності компанії – роздрібна й гуртова реалізація нафтопродуктів. У її ж складі діє 10 нафтобаз, 1 газонаповнювальна станція, 12 стаціонарних та 4 мобільних лабораторії для контролю якості нафтопродуктів, а також 2 лабораторії з контролю якості скрапленого газу. На всіх АЗК ОККО працюють магазини, кафе й інші сервіси. У 2016 році був створений підрозділ «ОККО Агротрейд» з метою забезпечення підприємств АПК пальним, мінеральними добривами, фінансовими й іншими ресурсами. Співпраця будується на умовах форвардної програми, яка передбачає, що аграрії розплачуються за отриманий ресурс зерном майбутнього врожаю. Загальна вартість таких заявок досягла 5 млрд грн.

До структури компанії входить 34 ресторани під 3 брендами *A la minute*, *Pasta Mia*, *Meiwei*, ресторан нового формату *Food Garage* (м. Львів) та 2 кафе в форматі *Hot café city*, що знаходяться у Львові та Івано-Франківську. Переважна більшість із цих закладів розташована на основних магістралях. Ресторани здатні задовольнити смаки найвибагливіших гурманів. Адже у ресторанах *A la minute* можна скуштувати страви європейської кухні, *Pasta Mia* – італійської та *Meiwei* – паназійської. Новий формат *Food Garage*, який відкрили у вересні 2019 року, поєднав у собі найкращі страви кухонь усіх трьох форматів.

На даний час на офіційному інтернет-ресурсі компанії [13] представлено звітність за 2019 рік. Основні фінансові показники діяльності компанії за останні три звітних періоди наведено у табл. 3.1 [13].

Таблиця 3.1

Основні фінансові показники холдингу «Концерн Галнафтогаз», тис. грн

Показник	2017	2018	2019
Згенерована економічна вартість	30 548 550,1	38 416 561,7	41 512 093,7
Розподілена економічна вартість	29 045 034,6	37 072 710,7	39 079 347,7
Експлуатаційні витрати	26 560 680,7	34 246 402,2	34 990 945,3
Заробітна плата та преміювання працівників	1 403 686,9	1 637 239,1	2 067 327,8
Виплачено інвесторам та кредиторам	523 020,0	744 524,0	906 281,0
Виплати до державного бюджету	553131,1	439 651,2	1 113 396,8
Благодійні виплати	4 515,9	4 894,3	1 396,8
Нерозподілена економічна вартість	1 503 515,6	1 343 851,0	2 432 746,0

У 2019 році компанія зміцнила свої позиції одного з лідерів національного ринку нафтопродуктів, демонструвала динамічний розвиток, виконала більшість запланованих фінансових цілей. Упродовж 2019 року було відкрито 4 нових АЗК ОККО, а ще 34 автозаправних комплекси реконструйовано під новий, більш сучасний формат. На 33 АЗК здійснено реконструкцію торгових залів. Для диверсифікації та генерування нових джерел зростання компанія продовжує розвивати нові види бізнесів, такі як торгівля мінеральними добривами, природним газом, електроенергією, програма підтримки та фінансування агровиробників. Так, у 2019 році компанія відвантажила своїм контрагентам 69 тис.тонн мінеральних добрив, що майже вдвічі перевищує торішні показники. У порівнянні з показниками 2018 року більше ніж у 4 рази зросли продажі природного газу і становили близько 135 млн м³. Також у результаті успішної діяльності програми підтримки малих та середніх агровиробників було продано близько 950 тис.тонн агропродукції. Суттєвий приріст клієнтської бази продемонструвала торік і програма лояльності *Fishka*. Її зареєстрованими учасниками на кінець 2019 року були понад 5,2 мільйона українців. Це на 15% більше, ніж минулого року [13].

3.2. Планування імітаційного експерименту для моделювання

Для випадку одноканальної системи масового обслуговування з відмовами основними оцінками, що характеризують систему обслуговування на АЗК, є такі [2, 27]:

1) середня кількість заправок автомобілів;
2) середній час обслуговування однієї заправки;
3) ймовірність обслуговування автомобіля на АЗК;
4) ймовірність відмови в обслуговуванні;
5) середній час простоювання АЗК.

Нехай час обслуговування вимог в імітаційній моделі розподіляється за показниковим законом

$$f(t) = \mu \cdot e^{-\lambda t}, \tag{3.1}$$

де λ – параметр, що визначає час обслуговування кожної вимоги;

μ – інтенсивність потоку заявок (кількість вимог, що обслуговуються в одиницю часу).

Тоді, час τ_i між надходженням двох послідовних вимог можна обчислити так:

$$\tau_i = -\frac{1}{\lambda} ln r_i, \tag{3.2}$$

де r_i – випадкове число від 0 до 1.

Час t_i обслуговування заявки обчислюють так:

$$t_i = -\frac{1}{\mu} ln R_i, \tag{3.3}$$

де R_i – випадкове число від 0 до 1.

Час T_i – момент надходження вимоги на обслуговування

$$T_i = T_{i-1} + \tau_i \tag{3.4}$$

Основне правило одноканальної СМО з відмовами: автомобіль, що приїхав на АЗК у момент, коли колонка зайнята, залишає АЗК необслугованим [28, 34, 35].

Як правило, і для одноканальних, і для багатоканальних систем вводиться величина T час роботи системи. В цьому разі вимоги можуть надходити і обслуговуватися тільки в момент часу, що не перевищує T. Як тільки момент часу $t>T$, система припиняє свою роботу. У нашому імітаційному експерименті час роботи АЗК встановлено на рівні 2 годин (120 хвилин).

На відміну від моделі одноканальної СМО з відмовами (втратами) в моделі багатоканальної СМО використовується $n>1$ обслуговуючих приладів з однаковою інтенсивністю обслуговування μ. Вхідний потік заявок і потік обслуговування заявок є пуасонівським. Як і в разі одноканальної СМО на її вхід надходить пуасонівський потік заявок з інтенсивністю λ. Заявка, яка застала хоча б один канал вільним, надходить на обслуговування, яке триває протягом випадкового часу T_s, розподіленого за показниковим законом з параметром μ. Заявка, яка застала всі канали зайнятими, отримує відмову і покидає систему необслугованою.

Граничні ймовірності станів, під якими мається на увазі число зайнятих обслуговуванням каналів, мають вигляд:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!}} = \frac{1}{1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + + \ldots \frac{\rho^n}{n!}} \approx \frac{1}{e^{\rho}} \tag{3.5}$$

$$P_k = \frac{\rho^k \cdot P_o}{k!},\ k = 1, 2, \ldots n, \tag{3.6}$$

де $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu}$.

Слід зауважити, що $P_0 = \dfrac{1}{e^{\rho}}$ при достатньо великому значенні *n*.

Ці відношення називають *формулами Ерланга.* Вони виражають граничні стани в залежності від значень параметрів λ і μ.

Ймовірнісні характеристики багатоканальної системи з відмовами у стаціонарному режимі можна отримати, використовуючи наступні вирази.

Ймовірність відмови. Заявка отримує відмову, якщо всі канали зайняті. Ймовірність цього дорівнює

$$P_{vidm} = P_n = \frac{\rho^n}{n!} \cdot P_o \qquad (3.7)$$

Відносна пропускна спроможність. Ймовірність того, що заявка буде прийнята до обслуговування (відносна пропускна спроможність q) є доповненням P_{vidm} до 1:

$$q = 1 - P_{vidm} \qquad (3.8)$$

Абсолютна пропускна спроможність.

$$A = \lambda q = \lambda\left(1 - P_n\right) \qquad (3.9)$$

Середня кількість заявок в системі (середня кількість зайнятих каналів). Середню кількість заявок в системі можна підрахувати через імовірності $P_0, P_1, ..., P_k, ..., P_n$ за формулою

$$\overline{n}_{\Sigma} = 0 \cdot P_0 + 1 \cdot P_1 + ... + n \cdot P_n \qquad (3.10)$$

Однак, простіше виразити середню кількість зайнятих каналів через абсолютну пропускну спроможність *A*, яка вже відома. Оскільки *A* є середньою кількістю заявок, що обслуговуються в одиницю часу, а один зайнятий канал обслуговує в середньому μ заявок в одиницю часу, то середня кількість зайнятих каналів отримується діленням A на μ

$$\bar{n}_s = \frac{A}{\mu} = \frac{\lambda(1-P_n)}{\mu} \tag{3.11}$$

Або переходячи до позначення $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$:

$$\bar{n}_s = \rho(1-P_n). \tag{3.12}$$

Основне правило багатоканальної СМО з відмовами: автомобіль, що приїхав для заправки в момент, коли колонка АЗК $i\,(i<n)$ зайнята, намагається заправитися послідовно на одній з інших колонок з номерами $i+1, i+2, ..., n$ [28, 34, 35].

Автомобіль, який приїхав у момент, коли всі колонки зайняті, залишає АЗК необслугованим.

3.3. Реалізація комп'ютерної моделі методом Монте-Карло

Параметри закону розподілу для проведення імітаційного моделювання визначаються експериментально шляхом спостереження за реальним процесом заправки автомобілів на АЗК. У результаті спостереження протягом 1 години на АЗК «ОККО» прибуло для заправки 12 автомобілів, тобто в середньому 1 автомобіль у 5 хвилин. Таким чином, інтенсивність потоку заявок на заправку можна вважати рівною 1/5. Отже, параметр $\mu = 0.2$.Також було встановлено, що час заправки одного автомобіля становить в середньому близько ста секунд або 1,67 хвилини. Маємо параметр $\lambda = \dfrac{1}{1{,}67} \approx 0.6$.

Закон Пуассона (3.1), що описує процес обслуговування на АЗК буде мати вигляд:

$$f(t) = 0.2 \cdot e^{-0.6t}$$

Поставимо задачу реалізації моделі обслуговування протягом 2 годин, тобто $T = 120$ Моделювання починається із генерації випадкових чисел r_i з використанням вбудованої в *Excel* функції СЛЧИС().

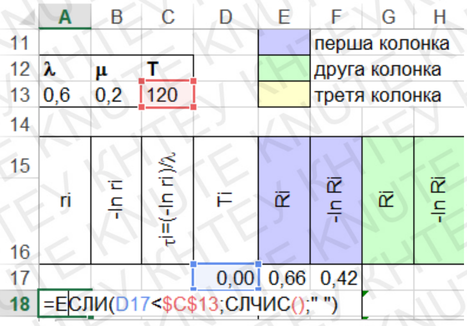

Рис. 3.4. Моделювання випадкових чисел r_i з використанням функції СЛЧИС().

Час τ_i між надходженням двох послідовних вимог генерується за формулою (3.2) з використанням функції ЕСЛИ() за умови, що випадкове число r_i містить непорожнє значення.

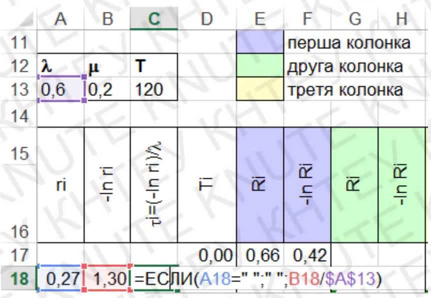

Рис. 3.5. Моделювання випадкового значення часу τ_i між надходженнями двох послідовних вимог

Час T_i подачі чергового автомобіля на заправку обчислюється за формулою (3.4), і реалізується в *Excel* згідно з рис. 3.6.

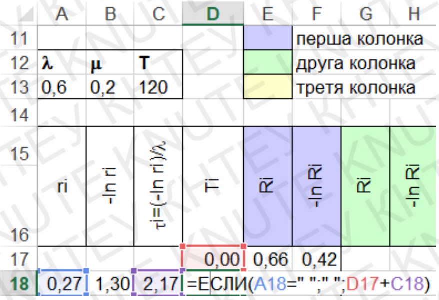

Рис. 3.6. Обчислення часу початку обслуговування чергового автомобіля

Наступним кроком є моделювання часу t_i обслуговування автомобіля на заправці за формулою (3.3), який залежить від інтенсивності потоку заявок μ (рис. 3.7). Цей час генерується окремо для кожної з трьох колонок АЗК (стовпці *K*, *N*, *Q*) на основі генерації випадкового числа R_i у стовпцях *E*, *G*, *I* аналогічно до рис. 3.4.

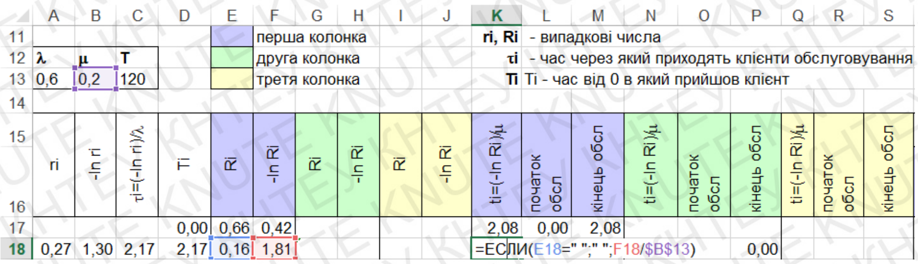

Рис. 3.7. Моделювання часу обслуговування автомобіля на АЗК.

Основні кількісні характеристики імітаційної моделі обчислюються в блоці моделі «Лічильник заявок» (стовпці *T*-*Z*). На рис. 3.8 відображено умову, при якій автомобіль буде заправлено на першій колонці, на рис. 3.9 – умову, коли перша колонка є недоступною для заправки автомобіля. Аналогічні формули використовуються при моделюванні процесу заправки на другій і третій колонках АЗК.

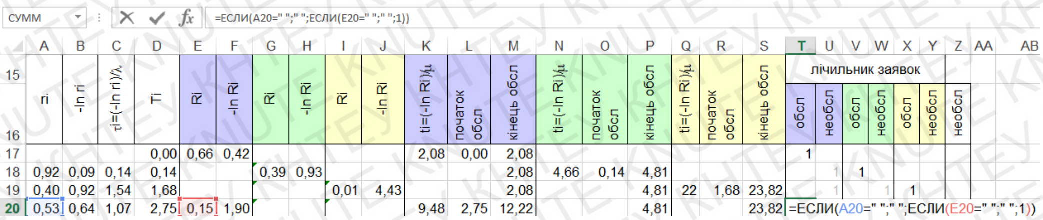

Рис. 3.8

СУММ =ЕСЛИ(A20=" ";" ";ЕСЛИ(D20<M19;1;" "))

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
15																				лічильник заявок						
16	ri	-ln ri	τi=(-ln ri)/λ	Ti	Ri	-ln Ri	Ri	-ln Ri	Ri	-ln Ri	ti=(-ln Ri)/μ	початок обсл	кінець обсл	ti=(-ln Ri)/μ	початок обсл	кінець обсл	ti=(-ln Ri)/μ	початок обсл	кінець обсл	обсл	необсл	обсл	необсл	обсл	необсл	необсл
17				0,00	0,66	0,42					2,08	0,00	2,08							1						
18	0,92	0,09	0,14	0,14			0,39	0,93					2,08	4,66	0,14	4,81					1	1				
19	0,40	0,92	1,54	1,68					0,01	4,43			2,08			4,81	22	1,68	23,82		1		1	1		
20	0,53	0,64	1,07	2,75	0,15	1,90					9,48	2,75	12,22			4,81			23,82	1	=ЕСЛИ(A20=" ";" ";ЕСЛИ(D20<M19;1;" "))					

Рис. 3.9

У стовпці *Z* підраховується кількість автомобілів, які не були заправлені на даній АЗК внаслідок недоступності всіх трьох колонок в момент приїзду автомобіля на АЗК «ОККО» (рис. 3.10).

СУММ =ЕСЛИ(A20=" ";" ";ЕСЛИ(T20=" ";ЕСЛИ(V20=" ";ЕСЛИ(X20=" ";1;" ");" ");" "))

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
15																				лічильник заявок						
16	ri	-ln ri	τi=(-ln ri)/λ	Ti	Ri	-ln Ri	Ri	-ln Ri	Ri	-ln Ri	ti=(-ln Ri)/μ	початок обсл	кінець обсл	ti=(-ln Ri)/μ	початок обсл	кінець обсл	ti=(-ln Ri)/μ	початок обсл	кінець обсл	обсл	необсл	обсл	необсл	обсл	необсл	необсл
17				0,00	0,66	0,42					2,08	0,00	2,08							1						
18	0,92	0,09	0,14	0,14			0,39	0,93					2,08	4,66	0,14	4,81					1	1				
19	0,40	0,92	1,54	1,68					0,01	4,43			2,08			4,81	22	1,68	23,82		1		1	1		
20	0,53	0,64	1,07	2,75	0,15	1,90					9,48	2,75	12,22			4,81			23,82	1			1		1	=ЕСЛИ(A20=" ";" ";ЕСЛИ(T20=" ";ЕСЛИ(V20=" ";ЕСЛИ(X20=" ";1;" ");" ");" "))
21	0,61	0,49	0,82	3,57									12,22			4,81			23,82		1		1		1	

Рис. 3.10

Результуючі кількісні характеристики комп'ютерного моделювання за методом Монте-Карло для випадку однієї і трьох колонок відображено на рис. 3.11.

Для однієї колонки		Для трьох колонок	
Середня кількість авто, що обслуговуються	k= 16	Середня кількість авто, що обслуговуються	k= 54
Середній час обслуговування одного авто	t= 4,54	Середній час обслуговування одного авто	t= 4,72
Ймовірність обслуговування	P1= 0,34	Ймовірність обслуговування	P1= 0,81
Ймовірність відмови	P2= 0,66	Ймовірність відмови	P2= 0,19

Рис. 3.11

На рис. 3.12 представлено фрагмент загальної реалізації моделі обслуговування клієнтів на АЗК «ОККО» за методом Монте-Карло.

За результатами комп'ютерного моделювання протягом двох годин на АЗК «ОККО» з однією автозаправною колонкою обслуговано 16 автомобілів із середнім часом, витраченим на заправку одного автомобіля, *t=4.54* хвилини. Імовірність обслуговування на одноколонковій АЗК становить 0,34; відповідно, ймовірність відмови – 0,66, що є доволі великим значенням.

Система обслуговування клієнтів на АЗК ОККО за методом Монте-Карло

Для однієї колонки	
Середня кількість авто, що обслуговуються	k= 16
Середній час обслуговування одного авто	t= 4,54
Ймовірність обслуговування	P1= 0,34
Ймовірність відмови	P2= 0,66

Для трьох колонок	
Середня кількість авто, що обслуговуються	k= 54
Середній час обслуговування одного авто	t= 4,72
Ймовірність обслуговування	P1= 0,81
Ймовірність відмови	P2= 0,19

13

λ	μ	T
0,6	0,2	120

перша колонка
друга колонка
третя колонка

ti - час обслуговування
ri, Ri - випадкові числа
τi - час через який приходять клієнти обслуговування
Ti Ti - час від 0 в який прийшов клієнт

ri	-ln ri	τi=(-ln ri)/λ	Ti	Ri	-ln Ri	Ri	-ln Ri	Ri	-ln Ri	ti=(-ln Ri)/μ	початок обсл	кінець обсл	ti=(-ln Ri)/μ	початок обсл	кінець обсл	ti=(-ln Ri)/μ	початок обсл	кінець обсл	лічильник заправок: обсл	необсл	обсл	необсл	обсл	необсл	необсл
			0,00	0,66	0,42					2,08	0,00	2,08							1						
0,10	2,27	3,78	3,78	0,59	0,53					2,66	3,78	6,43			0,00				1			1			
0,84	0,18	0,30	4,07			0,63	0,47					6,43	2,34	4,07	6,41			0,00		1	1			1	
0,65	0,43	0,72	4,79					0,08	2,48			6,43			6,41	12,4	4,79	17,17		1		1	1		
0,86	0,15	0,24	5,03									6,43			6,41			17,17		1		1		1	1
0,29	1,24	2,07	7,11	0,95	0,05					0,26	7,11	7,36			6,41			17,17	1			1		1	
0,60	0,50	0,84	7,95	0,79	0,23					1,17	7,95	9,12			6,41			17,17	1			1		1	
0,66	0,42	0,70	8,65			0,26	1,36					9,12	6,78	8,65	15,43			17,17		1	1			1	
0,18	1,74	2,90	11,56	0,42	0,86					4,32	11,56	15,87			15,43			17,17	1			1		1	
0,16	1,85	3,08	14,63									15,87			15,43			17,17		1		1		1	1
0,29	1,23	2,05	16,68	0,24	1,43					7,16	16,68	23,84			15,43			17,17	1			1		1	
0,62	0,47	0,79	17,47			0,17	1,78					23,84	8,90	17,47	26,36			17,17		1	1			1	
0,55	0,60	1,00	18,46					0,41	0,90			23,84			26,36	4,49	18,46	22,95		1		1	1		
0,20	1,59	2,66	21,12									23,84			26,36			22,95		1		1		1	1
0,18	1,73	2,89	24,01	0,82	0,20					1,01	24,01	25,02			26,36			22,95	1			1		1	
0,80	0,23	0,38	24,39					0,37	0,98			25,02			26,36	4,91	24,39	29,31		1		1	1		
0,13	2,02	3,37	27,76	0,99	0,01					0,07	27,76	27,83			26,36			29,31	1			1		1	
0,29	1,25	2,09	29,85	0,96	0,04					0,18	29,85	30,03			26,36			29,31	1			1		1	
0,66	0,42	0,69	30,54	0,03	3,50					17,51	30,54	48,05			26,36			29,31	1			1		1	
0,29	1,25	2,09	32,63			0,49	0,71					48,05	3,57	32,63	36,20			29,31		1	1			1	
0,21	1,56	2,60	35,24					0,53	0,63			48,05			36,20	3,14	35,24	38,37		1		1	1		
0,74	0,30	0,50	35,74									48,05			36,20			38,37		1		1		1	1
0,71	0,34	0,56	36,30			0,89	0,12					48,05	0,58	36,30	36,88			38,37		1	1			1	
0,86	0,16	0,26	36,56									48,05			36,88			38,37		1		1		1	1
0,11	2,25	3,75	40,31			0,81	0,21					48,05	1,06	40,31	41,37			38,37		1	1			1	
0,12	2,11	3,52	43,83			0,48	0,73					48,05	3,66	43,83	47,49			38,37		1	1			1	
0,24	1,42	2,37	46,20					0,05	2,91			48,05			47,49	14,5	46,20	60,74		1		1	1		
0,31	1,17	1,95	48,15	0,32	1,13					5,67	48,15	53,82			47,49			60,74	1			1		1	
0,09	2,45	4,08	52,22			0,96	0,04					53,82	0,21	52,22	52,43			60,74		1	1			1	
0,23	1,45	2,42	54,64	0,41	0,88					4,40	54,64	59,05			52,43			60,74	1			1		1	

Рис. 3.12

За умови наявності трьох колонок протягом такого ж часового періоду буде обслуговано 54 автомобіля із середнім часом заправки 4,72 хвилини на одну машину. При цьому суттєво зростає ймовірність обслуговування (*p=0.81*) і лише 19% автомобілів їдуть з АЗК так і не отримавши бензину.

Висновки до розділу 3

Перший підрозділ третього розділу роботи містить консолідовану інформацію про об’єкт дослідження практичної частини роботи – мережу автозаправних комплексів ОККО, яка є частиною концерну «Галнафтогаз». АЗК ОККО є одним із лідерів заправних станцій в Україні. Крім безпосередньо АЗК, на ОККО діє найбільша в Україні мережа закладів харчування в дорозі.

Проаналізовано фінансові та нефінансові показники діяльності компанії за останні роки.

Другий підрозділ містить всебічну характеристику системи масового обслуговування на АЗК для проведення імітаційного експерименту.

Третій підрозділ присвячений безпосередній побудові комп'ютерної моделі обслуговування автомобілів на АЗК ОККО з використанням методу Монте-Карло. Отримані результати імітаційного моделювання дають можливість виявити слабкі місця в обслуговуванні клієнтів і вчасно прийняти попереджувальні заходи для підвищення ефективності обслуговування.

ВИСНОВКИ ТА ПРОПОЗИЦІЇ

Досліджено поняття моделі і моделювання в імітаційному експерименті. Моделлю називають об’єкт, який у певних умовах замінює об’єкт-оригінал, відтворюючи ті властивості і характеристики оригіналу, які цікавлять дослідника. Моделюванням називають процес дослідження будь-яких процесів, явищ, об’єктів або систем шляхом побудови і вивчення їх моделей. Досліджено класифікатори моделей, визначено місце і роль математичних моделей.

У роботі проведено аналіз основ імітаційного моделювання економічних процесів як виду моделювання, у якому за допомогою математичних інструментальних засобів та спеціальних комп’ютерних програм і технологій проводиться цілеспрямоване дослідження структури і функцій реального складного процесу в режимі імітації.

Розкрито сутність методу Монте-Карло у комп’ютерному моделюванні, який використовується у моделюванні процесу імітації шляхом багатократних експериментів з випадковими параметрами моделі.

Досліджено формування початкових даних для імітаційного експерименту засобами генерації випадкових чисел, що є найважливішою проблемою у процесі синтезу та експлуатації імітаційних моделей складних систем. Дійсно випадкових чисел неможливо досягти в реальному експерименті, тому на практиці мають справу з псевдовипадковими числами, які можливо отримати з допомогою трьох основних способів – апаратного, табличного та алгоритмічного. За алгоритмами генерації розрізняють метод середніх квадратів, конгруентні методи (мультиплікативний конгруентний метод, змішаний конгруентний метод, адитивний конгруентний метод) та комбіновані методи.

Досліджено класифікацію систем масового обслуговування. Основними типами таких систем є одноканальні та багатоканальні системи, які в свою чергу поділяються на системи масового обслуговування з відмовами (заявка, яка застала всі канали зайнятими, отримує відмову і покидає систему необслугованою) та системи масового обслуговування з обмеженою довжиною черги (заявка, що надійшла в момент, коли всі канали системи зайняті, стає в чергу і чекає обслуговування; якщо заявка прийшла в момент, коли в черзі вже стоїть визначена умовою кількість заявок, то вона залишає систему необслугованою).

У практичній частині роботи розроблено імітаційну модель обслуговування клієнтів автозаправного комплексу ОККО та здійснено її програмну реалізацію за методом Монте-Карло. Отримані результати імітаційного моделювання дають можливість виявити слабкі місця в обслуговуванні клієнтів і вчасно прийняти попереджувальні заходи для підвищення ефективності обслуговування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бабак, В. П. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика [Текст] : навч. посіб. / В. П. Бабак, Б. Г. Марченко, М. Є. Фриз. – К. : Техніка, 2004. – 288 с.
2. Бідняк М. Н. Виробничі системи на транспорті: теорія і практика. Монографія / М. Н. Бідняк, В. В Біліченко. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2006. – 176 с.
3. Блюмин С. Л. Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности / С. Л. Блюмин, И. А. Шуйкова. – Липецк: ЛЭГИ, 2000. – 139 с.
4. Боровик О. В. Дослідження операцій в економіці : Навч. посібник для студентів вищих навч. закладів / О. В. Боровик, Л. В. Боровик. – К. : Центр учбової літератури, 2007. – 423 с.
5. Вовк В. М. Математичні методи дослідження операцій в економіко-виробничих системах. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2006. – 622 с.
6. Глонь О. В. Моделювання систем керування в умовах невизначеності: Монографія / О. В. Глонь, В. М. Дубовой. − Вінниця: УНІВЕРСУМ. − Вінниця, 2004. − 169 с.
7. Дослідження операцій в економіці [Текст] : підручник / І. К. Федоренко, О. І. Черняк, О. О. Карагодова [та ін.]. – К. : Знання, 2007. – 558 с.
8. Дудар З.В. Моделювання систем: Навч. посібник. – Харків: ХНУРК, 2004. – 112 с.
9. Дудник І.М. Вступ до загальної теорії систем: Навчальний посібник/ І. М. Дудник. – К.: Кондор, 2009. – 205 с
10. Жалдак М. І., Триус Ю.В. Основи теорії і методів оптимізації.– Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 306 с.
11. Касьяненко В.О., Старченко Л.В. Моделювання та прогнозування економічних процесів. Конспект лекцій. Навчальний посібник. . – К: Кондор, 2021. – 185 с.
12. Катренко, А. В. Дослідження операцій [Текст] : підручник / А. В. Катренко. – 3-тє вид., випр. та доп. – Львів : Магнолія 2006, 2013. – 350 с.

13. Офіційний сайт АЗК ОККО [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://www.okko.ua/galnaftogas
14. Павленко Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. – Рівне, 2010. – 86 с.
15. Піддубна О.О., Литвинова О. Б. Методи імітаційного моделювання в аналізі економічних систем // Інвестиції: практика та досвід, 2013. – №24. – С. 65-69.
16. Ситник В.Ф., Орленко Н.С. Імітаційне моделювання: Навч.метод. посібник для самост. вивч. дисц. – К.: КНЕУ, 1999. – 208 с.
17. Субботін С.О. Неітеративні, еволюційні та мультиагентні методи синтезу нечіткологічних і нейромережних моделей: Монографія / С. О. Субботін, А. О. Олійник, О. О. Олійник / Під заг. ред. С.О. Субботіна. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2009. – 375 с.
18. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник / Х. Т. Дрогомирецька, О. М. Рибицька, О. З. Слюсарчук [та ін.]. – Львів : Львівська політехніка, 2012. – 396 с.
19. Томашевський В. М., Данова О. Г., Жолдаков О. О. Вирішення практичних завдань методами комп’ютерного моделювання: Навч. посіб. – К.: Корнійчук, 2001. – 268 с
20. Томашевський В.М. Моделювання систем: Підручник/ В.М. Томашевський. – К.: Видавнича група BHV, 2005. – 352 с.
21. Ульянченко, О. В. Дослідження операцій в економіці [Текст] : підручник / О. В. Ульянченко. – Х. : Гриф, 2002. – 580 с.
22. Фортуна В.В. Основи економіко-математичного моделювання. Навч. посібник. (рекомендовано МОН України). – Львів: ПП «Магнолія 2006», 2018. – 540 с.
23. Bhunia A. K., Sahoo L., Shaikh A. A. Advanced Optimization and Operations Research / Asoke Kumar Bhunia, Laxminarayan Sahoo, Ali Akbar Shaikh. – Singapore : Springer Singapore Pte. Limited, 2020. – 626 p.

24.Friskb M., Göthe-Lundgrenc M., Jörnstena K. Cost allocation in collaborative forest transportation // European Journal of Operational Research, 2010. – vol. 205, no. 2. – P. 448-458.
25. Ivey S. S. Review of Policies on Access to Transportation Planning Data and Models: Implications for Transportation Planning Agencies // Journal of Urban Planning and Development, 2011. – vol. 137, no. 4. – P. 438-447.
26.Leonelli M. Simulation and Modelling to Understand Change [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://bookdown.org/manuele_leonelli/SimBook
27. Meyer M. D., Miller E. J. Urban transportation planning: A decision-oriented approach, 2001. – McGraw-Hill, Incorporated. – 396 p.
28.Nafees A. Queuing theory and its application: analysis of the sales checkout operation in ica supermarket. – University of Dalarna, 2007. – 31 p.
29.Naidu N. V. R. Operations Research / N. V. R. Naidu, G. I. K. Rajendra. – International Pvt Ltd, 2010. – 180 p.
30.Rajagopal K. Operations research / K. Rajagopal. – PHI Learning Pvt. Ltd., 2012. – 608 p.
31.Redman L., Friman M., Gärling T. Quality attributes of public transport that attract car users: A research review // Transport Policy, 2013. – vol. 25. – P. 119-127.
32. Rubinstein R. Y., Kroese D. P. Simulation and the Monte Carlo Method. – Wiley Publishing, 2016. – 432 p.
33.Shah N. H. Operations research / N. H. Shah, R. M. Gor, H. Soni. – PHI Learning Pvt. Ltd., 2007. – 576 p.
34.Shanmugasundaram S., Banumathi P. A simulation study on M/M/C queueing models // International Journal for Research in Mathematics and Statistics, 2016. – Vol. 2. – P. 47-56.
35.Shanmugasundaram S., Umarani P. An analysis of m/m/1 queueing model in a multispeciality hospital using Monte Carlo simulation // International Journal of Mechanical Engineering and Technology (IJMET) Volume 9, Issue 2, February 2018, pp. 644–656.

36. Sharma A. Operations Research / A. Sharma. – Himalaya Publishing House, 2009. – 454 p.
37. Su X., Yuan S. J. Analysis of traffic management planning in small city // Shanxi Architecture, 2011. – vol.37, no. 28. – P. 16-17.
38. Taha H. A. Operations Research: An Introduction. – Pearson College Div; 8th edition, 2007. – 813 p.
39. Thomopoulos N. T. Essentials of Monte Carlo Simulation. Statistical Methods for Building Simulation Models. Springer, 2013. – 174 p.
40. Waddella P. Integrated Land Use and Transportation Planning and Modeling: Addressing Challenges in Research and Practice // Transport Reviews: A Transnational Trans disciplinary Journal, 2011. – vol. 31, no. 2. – P. 209-229.
41. Wang F., Ye Ch., Zhang Y., Li Y. Simulation Analysis and Improvement of the Vehicle Queuing System on Intersections Based on MATLAB // The Open Cybernetics & Systemics Journal, 2014.– # 8. – P. 217-223.
42. Wang Y. F. Status of intelligent transportation systems at home and abroad // Silicon Valley, 2008. – vol. 23. – P. 181.